

# Ejercicios de rotaciones y gravitación con solución

## Rotaciones

1) Tenemos una bicicleta con las ruedas en el aire; consideramos las ruedas como un aro de 40 cm de radio y 3 kg de masa. La rueda está girando con una velocidad angular igual a  $2\pi$  rad/s.

- Calcula su momento angular.
- Cuando las zapatas del freno aplican una fuerza de 10N en el borde de la rueda, calcula el momento de la fuerza aplicada y su aceleración angular

$$\text{Datos: } I_{\text{aro}} = mr^2$$

Solución

2) Calcula el momento angular de la Tierra en su movimiento de traslación alrededor del Sol.

Datos: Periodo de traslación: 365,25 días ;  $M_{\text{tierra}} = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg ;  
Radio de la órbita alrededor del Sol: 149587 millones de km

Solución

3) Calcular el momento angular de la rotación del Sol. Calcular su velocidad angular en el caso de que su masa se quedara en un tercio de la actual y su radio en 1000 km.

Datos: masa del Sol:  $2 \cdot 10^{30}$  kg ; Periodo de rotación medio: 27 días ; radio medio:  $6,7 \cdot 10^8$  m

Solución

4) El cometa Halley tiene una velocidad de 188800 km/h en el perihelio. Calcular su velocidad en el afelio.

Datos: 1 UA = 149.597.870 km

Fuentes: 1 y 2.

Afelio: 35,1 UA ; Perihelio : 0,571623 UA

Solución

5) Calcula el periodo de rotación de la Tierra si su radio se redujera a la mitad conservando la masa.

Datos:  $I_{\text{esfera}} = 2/5 mr^2$  ;  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg ;  $R_{\text{Tierra}} = 6,38 \cdot 10^6$  m

Solución

## Leyes de Kepler

1) Utilizando la tercera ley de Kepler, calculen el radio y la altura de la órbita de un satélite geosincrónico.

Datos: Distancia  $\text{Tierra-Luna} = 380000$  km ;  $R_{\text{Tierra}} = 6380$  km

Resultado:  $r = 41210$  km ;  $h = 34830$  km

Solución

2) Enuncie la tercera ley de Kepler y, como aplicación de ésta, calcule la masa del planeta Marte sabiendo que Fobos, uno de sus satélites, describe una órbita circular a su alrededor de  $9,27 \cdot 10^6$  m de radio en un tiempo de 7.5 horas.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>kg<sup>-2</sup>

PAU ULL junio 2013

Solución

3) Enuncie las tres leyes de Kepler. ¿En qué relación están los periodos orbitales de Mercurio y Neptuno, si los radios medios de las órbitas de estos planetas en torno al Sol, valen  $5,79 \cdot 10^{10}$  m y  $4,50 \cdot 10^{12}$  m, respectivamente?

PAU ULL junio 2014

Solución

## Satélites, planetas y órbitas

1) Queremos poner en órbita circular a un satélite artificial de 800 kg a una altura de 1000 km sobre la superficie terrestre. Calcular:

- El módulo de la intensidad del campo gravitatorio y el peso del satélite en esa órbita.
- La velocidad a que se moverá en esa órbita respecto al suelo del planeta.
- La energía mecánica que hay que añadirle para que, desde esa órbita, escape del campo gravitatorio del planeta.

Datos: Constante de gravitación:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$   
Masa de la Tierra:  $5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$   
Radio de la Tierra:  $6.38 \cdot 10^6 \text{ m}$

Solución

2) El primer satélite español " Minisat ", que fue lanzado en 1997 desde las Islas Canarias, se encuentra actualmente en una órbita circular alrededor de la Tierra con un período de revolución de 10,5 horas.

- Calcula el radio de la órbita.
- Calcula la energía mecánica del satélite.
- Calcula el radio de la órbita que debería tener el satélite para que su periodo de revolución fuera el doble que el actual.

PAU ULL junio 2006

Datos :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  ;  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $m_{\text{satélite}} = 100 \text{ kg}$

Solución

3) Calcular la altura de la órbita de un satélite geosincrónico.

Datos :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  ;  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6.38 \cdot 10^6 \text{ m}$

Solución

4) Calcula la posición del punto situado entre la Tierra y la Luna tal que la intensidad de campo gravitatorio en él sea nula.

Datos :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  ;  $M_T = 81 M_L$  ; Distancia Tierra-Luna :  $3.8 \cdot 10^8 \text{ m}$

Solución

5) Calcula la aceleración de la gravedad sobre la superficie de Saturno.

Datos: masa de Saturno:  $5.688 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ ; radio de Saturno:  $58545 \text{ km}$

Solución

6) Io y Europa son dos satélites de Júpiter, descubiertos por Galileo Galilei en el siglo XVII. El satélite Io es el más próximo al planeta, girando a una distancia media de 421600 km y con un período de revolución de 1 día 18 h 28 min.

- Determina la distancia media de Europa a Júpiter sabiendo que su período es de 3 días 13 h 14,6 min.
- Calcula la energía y la velocidad que poseerá una nave de 1500 kg que orbita a una altura de 250 km de la superficie de Europa.
- Halla la velocidad con que debe lanzarse una nave desde la superficie de Europa para que abandone su campo gravitatorio.

Solución

Datos:  $M_{\text{Europa}} = 4,80 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Europa}} = 1560,8 \text{ km}$ ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

PAU ULL septiembre 2009

7) Un satélite comercial para telecomunicaciones de 900 kg describe una órbita circular en torno a la Tierra de radio  $3R_{\text{Tierra}}$ .

- Calcula la aceleración y la energía del satélite en su órbita.
- Calcula el periodo de revolución del satélite.

Consideremos ahora que el satélite se mueve en una órbita entorno al ecuador del planeta.

- Determina a qué altura sobre la superficie debe orbitar para que sea geostacionario.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  ;  $M_{\text{tierra}} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_{\text{tierra}} = 6370 \text{ km}$

PAU ULL junio 2009

Solución

8) Un satélite de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra de radio  $2 \cdot R_T$ . Calcula:

- a) La fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite.
- b) El tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta a la Tierra.
- c) La energía total del satélite en su órbita.

Datos:  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_T=5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T=6370 \text{ km}$ .

PAU ULL septiembre 2007

Solución

9) El satélite mayor de Saturno, Titán, describe una órbita de radio medio  $r = 1.222 \cdot 10^6 \text{ m}$  en un periodo de 15.945 días. Determina la masa del planeta Saturno y su densidad.

Datos: radio de Saturno: 58545 km

Solución

10) El planeta enano Ceres recorre su órbita alrededor del Sol (con muy poca excentricidad) en el cinturón de asteroides, entre Marte y Júpiter y es especialmente interesante porque podría tener más agua que la Tierra. Ceres tiene una masa de  $9,5 \cdot 10^{20} \text{ kg}$ , un radio de 476 km y da la vuelta al Sol en 1611 días. Calcula:

- a) La aceleración de la gravedad en su superficie y su velocidad de escape.
- b) El momento angular de su traslación alrededor del Sol.

Masa del Sol:  $1,98 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Solución

11) La sonda espacial Cassini (de 4000 kg) pasó el jueves 28 de enero de 2010 a 7490 km de altura sobre Titán, uno de los principales satélites de Saturno. Calcula:

- a) La aceleración de la gravedad en la superficie de Titán y su velocidad de escape.
- b) La velocidad que debería llevar la sonda Cassini para quedar en una órbita circular a esa altura y el momento angular que tendrá la sonda en esa órbita.

Masa de Titán:  $1,34 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ ; Radio de Titán: 2580 km

Solución

12) Un satélite artificial con una masa de 11000 kg está en órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad orbital de 7563 m/s. Calcula:

- a) La altura de la órbita sobre la superficie terrestre y su periodo de revolución.
- b) La energía que tiene que ganar para salir del campo gravitatorio terrestre.

Datos:  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_T=5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T=6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

Solución

13) Saturno es el sexto planeta del Sistema Solar, es el segundo en tamaño después de Júpiter y es el único con un sistema de anillos visible desde la Tierra. Su masa es 95,2 veces la masa terrestre, y su radio es 9,5 veces el radio de la Tierra. Determina:

- a) El valor de la aceleración de la gravedad en su superficie y compárala con la terrestre ( $g_s/g_T$ ).
- b) El periodo de revolución de Titán, uno de sus satélites, sabiendo que se encuentra a una distancia de 1221850 km de Saturno y en órbita circular.
- c) El periodo de revolución de Saturno alrededor del Sol sabiendo que la Tierra tarda 365 días en completar una órbita y que podemos considerar ambas órbitas circulares

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ,  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $R_T=6370 \text{ km}$ , Distancia  $_{Tierra-Sol}=1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$ , Distancia  $_{Saturno-Sol}=1,429 \cdot 10^9 \text{ km}$

PAU ULL junio 2010

Solución

14) El satélite Meteosat envía tres veces al día imágenes de Europa para la confección de los mapas del tiempo. Calcula:

- a) Su periodo de revolución
- b) El radio de la órbita que describe.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 88 nº 13

Solución

15) En el centro de la galaxia M67 hay un agujero negro cuyo límite es tres veces la órbita de Plutón. Calcula su masa.

[Noticia](#) El País 13/01/2011

Solución

Solución

16) Un satélite de telecomunicaciones de 250 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra de radio igual a 750 Km. Calcula:

- La diferencia de peso del satélite, respecto de la Tierra, cuando se encuentra sobre la superficie terrestre y en la órbita indicada.
- La velocidad de escape del satélite respecto de la Tierra y la velocidad del satélite en la órbita indicada.
- La energía cinética, potencial gravitatoria y total del satélite en su órbita.

Datos:  $G=6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_T=5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T=6370 \text{ km}$ .

PAU ULL septiembre 2010

Solución

17) Un satélite en órbita geoestacionaria describe una órbita circular en el plano ecuatorial de la Tierra de forma que se encuentra siempre encima del mismo punto de la Tierra, es decir, su período orbital es 24 horas. Determina:

- El radio de su órbita y la altura a la que se encuentra el satélite sobre la superficie terrestre.
- La velocidad orbital.
- Su energía mecánica si la masa del satélite es 72 kg.

Datos:  $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ ;  $M_{Tierra} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{Tierra} = 6370 \text{ km}$

PAU ULL septiembre 2010

Solución

18) La Estación Espacial Internacional tiene un periodo de rotación de 90 min. Calcula la altura de la órbita, la velocidad orbital y la aceleración de la gravedad en esa órbita.

Datos:  $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ ;  $M_{Tierra} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{Tierra} = 6370 \text{ km}$

Solución

19) La Estación Espacial Internacional (ISS) tiene una masa de 450 toneladas. Si se pusiera en órbita a 400 km sobre el ecuador de la Tierra, calcula:

- La velocidad y la aceleración orbital de la estación.
- Las vueltas que da la estación alrededor de la Tierra en 24 horas.
- La energía que sería necesaria para traspasar la estación desde la órbita de 400 km a una órbita geoestacionaria.

Datos:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6378 \text{ km}$

PAU ULL septiembre 2012

Solución

20) ¿Cómo queda la expresión de la energía potencial gravitatoria para el caso particular de las proximidades de la superficie terrestre?

Solución

21) Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de radio 9380 km con un periodo de revolución de 7.65 h. Deimos, otro satélite de Marte, gira en otra órbita circular de radio 23460 km. Determine:

- La masa de Marte.
- La energía mecánica del satélite Fobos.
- El periodo de revolución del satélite Deimos.

Datos:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_{Fobos} = 1.1 \times 10^{16} \text{ kg}$ ;  $M_{Deimos} = 2.4 \times 10^{15} \text{ kg}$

PAU ULL junio 2015

- 22) Se lanza una sonda espacial desde la superficie de un planeta recientemente colonizado hacia una región del espacio donde se puede despreciar la influencia gravitatoria de los otros cuerpos celestes. La masa del planeta es cuatro veces la de la Tierra y su radio igual. La sonda se lanza verticalmente con una velocidad de 20 km/s.
- Calcule la velocidad de escape del planeta ¿Se escapa la sonda espacial de dicho planeta?
  - Si en el momento del lanzamiento la sonda espacial tiene una energía cinética de  $10^{12}$  J, calcule la masa de la sonda y la fuerza que ejerce el planeta sobre ella en el momento del despegue.
  - A la distancia de 600 km sobre la superficie del planeta, calcule el peso de la sonda respecto del planeta así como su velocidad.

Datos:  $G=6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_{\text{Tierra}}=6.42 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6371 \text{ km}$ ;

PAU ULL junio 2012

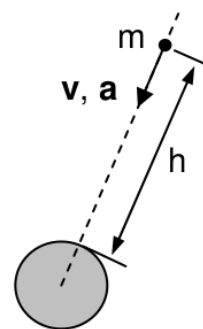
Solución

- 23) Considere un objeto (un trozo de chatarra espacial) de 400 kg de masa, que se mueve directo hacia la Tierra, en caída libre, exclusivamente bajo la acción del campo gravitatorio terrestre. Su velocidad es de 2300 m/s a 200 km sobre la superficie de la Tierra. Calcule:

- Las energías cinética y potencial que tendrá el objeto, a esa altura de 200 km sobre la superficie de la Tierra.
- La altura inicial  $h_0$  sobre la superficie de la Tierra, desde la que empezó a caer este objeto, suponiendo que su velocidad a esa altura fuese nula ¿Qué aceleración tendría el objeto en ese punto de partida?
- La velocidad y la aceleración con la que impactará el objeto en la superficie de la Tierra.

Datos:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$

PAU ULL julio 2013



Solución

- 24) Un satélite meteorológico, describe una órbita circular a 300 km sobre la superficie de la Tierra, siendo la energía del satélite en dicha órbita  $-3 \times 10^{10}$  J. Calcule:

- La velocidad y la aceleración orbital del satélite. Resultado:  $v = 7733 \text{ m/s}$ ;  $a_c = 8,96 \text{ m/s}^2$
- La energía potencial y la masa del satélite. Resultado:  $E_p = 6,35 \cdot 10^{10} \text{ J}$ ;  $m = 1119 \text{ kg}$
- El periodo y la fuerza centrípeta que actúa sobre el satélite. Resultado:  $T=5419 \text{ s}$ ;  $F_c = -10^5 \text{ u}_r \text{ (N)}$

Datos:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$

PAU ULL julio 2014

Solución

- 25) Un satélite meteorológico de 2000 kg de masa, se encuentra a una altura de 36000 km por encima del Ecuador, describiendo una órbita circular geostacionaria en torno a la Tierra. Calcule:

- La velocidad y la energía del satélite en su órbita.
- La aceleración y el peso del satélite en su órbita.
- Después de un tiempo de funcionamiento, el satélite pierde energía y se mueve en una nueva órbita circular, con una energía total de  $-9.526 \cdot 10^9 \text{ J}$  ¿con qué velocidad lo hace?

Datos:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6370 \text{ km}$

PAU ULL junio 2016

Solución

## Campo gravitatorio

31) Tenemos un sistema formado por un planeta y un satélite y un tercer punto P. El planeta está en el origen de coordenadas, la Luna está en el punto  $(3 \cdot 10^8, 0)$  y el punto P se sitúa en  $(2 \cdot 10^8, 1 \cdot 10^8)$ , con todas las unidades en Sistema Internacional.

Calcular la intensidad del campo gravitatorio en el punto P.

(Datos:  $M_{\text{planeta}} = 6 \cdot 10^{24}$  kg,  $M_{\text{satélite}} = 7.36 \cdot 10^{22}$  kg)

Resultado:  $\vec{g}_T = 6.99 \cdot 10^{-3} \vec{i} + 3.75 \cdot 10^{-3} \vec{j}$

Solución

32) Calcular la intensidad del campo gravitatorio en el punto P  $(+3.8 \cdot 10^8, -2 \cdot 10^8)$  (m) si la Tierra está situada en el origen de coordenadas y la Luna está situada en el punto  $(3.8 \cdot 10^8, 0)$  (m).

(Datos:  $M_{\text{Tierra}} = 6 \cdot 10^{24}$  kg,  $M_{\text{Luna}} = 7.4 \cdot 10^{22}$  kg)

Resultado:  $\vec{g} = -2.37 \cdot 10^{-3} \vec{i} + 1.37 \cdot 10^{-3} \vec{j}$

Solución

33) Si la Tierra está situada en el origen de coordenadas y la Luna está situada en el punto  $(0, 3.8 \cdot 10^8)$  (m), Calcular la intensidad del campo gravitatorio en el punto P situado en  $(3,32 \cdot 10^8, 1,88 \cdot 10^8)$  (m) (estos valores corresponden a un punto de Lagrange  $L_4, L_5$ )

(Datos:  $M_{\text{Tierra}} = 6 \cdot 10^{24}$  kg,  $M_{\text{Luna}} = 7.4 \cdot 10^{22}$  kg)

Resultado:  $\vec{g}_P = -1.92 \cdot 10^{-3} \vec{i} + 1.13 \cdot 10^{-3} \vec{j}$

Solución

34) Tritón es el principal satélite de Neptuno, con una órbita sin excentricidad y una rotación sobre sí mismo síncrona, como nuestra Luna. Calcula:

a) El vector intensidad del campo gravitatorio en un punto situado a tres cuartas partes de la distancia desde Neptuno a Tritón.

b) La energía potencial gravitatoria de una masa de 1000 kg situada en ese punto.

Masa de Neptuno:  $1,0 \cdot 10^{26}$  kg

Masa de Tritón:  $2,14 \cdot 10^{22}$  kg

Radio de la órbita de Tritón: 354759 km

Solución

35) Plutón y su satélite Caronte son tan parecidos en tamaño que se considera que son un planeta enano doble. Calcula:

a) El vector intensidad del campo gravitatorio en un punto situado a dos terceras partes de la distancia desde Plutón a Caronte.

b) La energía potencial gravitatoria de una masa de 1000 kg situada en ese punto.

Masa de Plutón:  $1,3 \cdot 10^{22}$  kg

Masa de Caronte:  $1,52 \cdot 10^{21}$  kg

Radio de la órbita de Caronte: 19570 km

Solución

36) Poniendo al Sol en el origen de coordenadas y a la Tierra sobre el lado positivo del eje OX a una distancia igual a su distancia media orbital (punto  $(R_{ot}, 0)$ , calcular:

a) El vector intensidad del campo gravitatorio en el punto situado sobre la órbita de la Tierra pero en su posición opuesta, es decir, en el punto  $(-R_{ot}, 0)$  (punto lagrangiano  $L_3$ )

b) El vector intensidad del campo gravitatorio en un punto situado sobre la órbita de la Tierra pero formando un ángulo de  $60^\circ$  por detrás de ella (punto lagrangiano  $L_5$ )

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 6 \cdot 10^{24}$  kg;  $M_{\text{Sol}} = 2 \cdot 10^{30}$  kg

Radio medio de la órbita de la Tierra  $(R_{ot})_l = 1,496 \cdot 10^8$  km

Solución

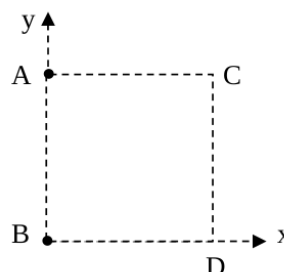
37) Dos masas iguales de 1 kg, están situadas en los vértices A y B de un cuadrado de 2 m de lado. Calcule:

a) El vector intensidad de campo gravitatorio en el vértice C.

b) La fuerza que ejercen estas dos masas situadas en A y B sobre una tercera masa de 2 kg, situada en el vértice D.

c) El potencial gravitatorio en el vértice C.

Datos:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$



Solución

PAU ULL julio 2015

38) Estamos en órbita alrededor de la Tierra y pasamos por un punto a mitad de distancia entre el centro de la Tierra y el de la Luna. Calcula:

- La intensidad del campo gravitatorio en ese punto, justificando en qué dirección apunta.
- La energía potencial gravitatoria de una masa de 1000 kg situada en ese punto.

Datos:

$$M_{\text{Tierra}} = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_{\text{Luna}} = 7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$\text{Radio de la órbita lunar: } 3.8 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$\text{Constante de gravitación: } G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$\text{Resultado: a) } g_{\vec{A}} = -1,08 \cdot 10^{-2} \text{ (m/s}^2\text{) b) } U_A = -2,12 \cdot 10^9 \text{ J}$$

39) Situando la Tierra en el origen de coordenadas y la Luna sobre el eje OY, calcule la intensidad del campo gravitatorio en el punto  $(3,9 \cdot 10^7, 3,41 \cdot 10^8)$  (coordenadas en SI)

$$\text{Datos: } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}; r_{\text{Tierra-Luna}} = 3,8 \cdot 10^8 \text{ m}; M_{\text{Tierra}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, M_{\text{Luna}} = 7.4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

Solución

Solución